

“J’aime l’idée que le trésor mathématique n’est pas pour nous tout seuls”

Pierre Cartier

Pierre Cartier, un des plus grands mathématiciens français actuels, participera au colloque Evariste Galois, en octobre à Paris, en tant qu’organisateur et intervenant. Il nous explique pourquoi il a souhaité rendre hommage au prodigieux mathématicien français et en quoi la communauté mathématique s’inspire aujourd’hui encore largement de ses théories.

Vous avez accepté d’intervenir lors de l’après-midi grand public du colloque Evariste Galois, célébrant le bicentenaire de sa naissance. Pouvez-vous nous expliquer pour quelles raisons ?

Au niveau du colloque, il y a deux parties : une semaine qui se passe à l’IHES, réservée aux spécialistes des mathématiques, dont je suis l’organisateur. Et une semaine qui suit, réservée aux universitaires, à l’Institut Poincaré. Durant cette semaine, il y aura une après-midi pour le grand public, le 26 octobre, durant laquelle j’interviendrais en effet.

J’aime l’idée que le trésor mathématique n’est pas pour nous tout seuls. Les mathématiques doivent pouvoir être partagées par tous : elles sont omniprésentes dans notre quotidien depuis toujours ! Pour construire la première maison, il fallait bien faire les murs droits. Il fallait bien des bases de géométrie élémentaire. Dès qu’il y a eu échanges, commerce, il a bien fallu tenir les comptes. Il a bien fallu des calendriers. Un savoir-faire mathématique considérable se développe aussi au fil du temps : pensons aux nombres négatifs, aujourd’hui une évidence pour tous. Cette notion a pourtant été au départ très difficile à assimiler et à comprendre. Aujourd’hui, elle est considérée comme évidente.

Il est pour moi important de communiquer sur les mathématiques. Cela explique que j’ai eu envie de participer à un événement grand public.

Par ailleurs, la Société Mathématique de France, dont je fais partie, a décidé de s’associer à ce colloque à l’Institut Poincaré. Cet institut, qui est la maison des mathématiciens français, l’accueille tout naturellement.

Avez-vous eu au cours de votre carrière l’occasion de rencontrer Evariste Galois ?

Tout le temps, et ma thèse a été très inspirée de lui, plus précisément des corps de Galois. Et il est omniprésent aujourd’hui dans la recherche mathématique en algèbre. Cette célébration s’imposait donc dans la communauté mathématique.

Pouvez-vous nous en dire un peu plus sur l’après-midi grand public ?

Evariste Galois est un personnage absolument remarquable : après 1815, pendant la Restauration, son père, républicain, qui était le maire de Bourg-la-Reine, a eu une violente polémique avec le curé de la ville. Suite à cela, son père a été tellement sali et injurié qu’il s’est suicidé. Evariste Galois était républicain et ce drame qui l’a brisé a contribué à faire de lui plus tard un véritable révolutionnaire. Durant l’après-midi grand public, il y aura deux moments : une partie historique retraçant la vie de Galois, et une partie mathématique, dont je suis en charge. Je vais essayer d’expliquer le plus clairement possible quelles sont les idées nouvelles que Galois a introduites en mathématiques.

Quelles sont ces idées nouvelles ?

Galois a dit lui-même qu’il avait créé une théorie de l’ambiguïté. Un exemple : $\sqrt{2}$ est un nombre ambigu. La seule information qu’on ait sur lui, c’est que c’est un nombre dont le carré est 2. Mais il en existe un

Texte consultable ici <https://www.vousnousils.fr/2011/07/06/pierre-cartier-j'aime-l-idee-que-le-tresor-mathematique-n'est-pas-pour-nous-tout-seuls-509154>

autre : c'est $-\sqrt{2}$ qui a la même propriété.

Il y a cette ambiguïté : je ne sais pas lequel des deux je dois prendre. Les deux nombres fonctionnent en quelque sorte en miroir. Qu'est-ce qui permet de les distinguer ? Un est au-dessus et l'autre au-dessous de 0. On lève l'ambiguïté ainsi. Mon intervention s'articulera autour de la notion d'ambiguïté.

Aujourd'hui les mathématiciens ont-ils fini d'explorer la théorie de Galois ?

Non, non, de nombreux mathématiciens planchent encore dessus, y compris mon équipe et moi-même ! Un grand mathématicien comme Jean-Pierre Serre le cite en permanence également. Evariste Galois était extraordinairement en avance sur son temps. L'algèbre a durant un siècle et demi amplement bénéficié de ses découvertes et on est encore loin d'avoir exploré à ce jour toute la richesse de sa théorie. On commence à peine à savoir faire certains de ses calculs grâce aux ordinateurs. Mais il reste des problèmes insolubles pour le moment.

Cette célébration a un sens profond. Il est mort à vingt ans, et pendant 20 ans, personne n'a reconnu ce qu'il avait fait, jusqu'à ce que Liouville, un mathématicien important de l'époque, publie ses articles et développe ses idées. A partir de là, Evariste Galois est devenu une gloire internationale. De son vivant, il fut totalement incompris. La théorie des équations et la théorie des groupes actuelles s'appuient sur lui. Et il a révolutionné absolument l'algèbre avec la notion de groupe. C'est la notion centrale de toute mon activité mathématique.